ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
17. siječnja 2013.

8. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Pojednostavnimo dani izraz:

$\left[1.125\cdot(10^9)^5\right] : \left[\frac{3}{32}\cdot 10^{-4}\right] = \left[\frac{1125}{1000}\cdot 10^{45}\right] : \left[\frac{3}{32}\cdot 10^{-4}\right] =$ 1 BOD

$= \left(\frac{9}{8} : \frac{3}{32}\right)\cdot(10^{45} : 10^{-4}) =$ 1 BOD

$= \left(\frac{9}{8}\cdot\frac{32}{3}\right)\cdot(10^{45-(-4)}) =$ 1 BOD

$= 12\cdot 10^{49}$ 1 BOD

Taj broj u svom zapisu ima prve dvije znamenke 1 i 2, a nakon toga još 49 nula pa je ukupan broj znamenaka 51. 2 BODA

………………………………………………………………...………… UKUPNO 6 BODOVA

2. Vrijedi $\frac{9+2\sqrt{2}}{4+\sqrt{162}} = \frac{9+2\sqrt{2}}{4+9\sqrt{2}} =$ 1 BOD

$= \frac{9+2\sqrt{2}}{4+9\sqrt{2}}\cdot\frac{4-9\sqrt{2}}{4-9\sqrt{2}} =$ 1 BOD

$= \frac{36-81\sqrt{2}+8\sqrt{2}-36}{16-162} =$ 2 BODA

$= \frac{-73\sqrt{2}}{-146} =$ 1 BOD

$= \frac{\sqrt{2}}{2}.$ 1 BOD

…………………………………………………………………………… UKUPNO 6 BODOVA

3. Vrijedi $(x+1)(x+6)+4 = x^2+x+6x+6+4 =$ 1 BOD

$= x^2+7x+10 =$ 1 BOD

$= x^2+5x+2x+10 =$ 2 BODA

$= x(x+5)+2(x+5) =$ 1 BOD

$= (x+5)(x+2)$ 1 BOD

……………………………………………………………………….……… UKUPNO 6 BODOVA

4. Neka su traženi brojevi x i y.

Tada vrijedi sustav jednadžbi $\frac{x+y}{2} = 18$ i $x^2-y^2 = 288$. 2 BODA

Iz prve jednadžbe izrazimo neku nepoznanicu, na primjer $x = 36 - y$ i uvrstimo je u drugu. 1 BOD

Tada je $(36-y)^2 - y^2 = 288$. 1 BOD

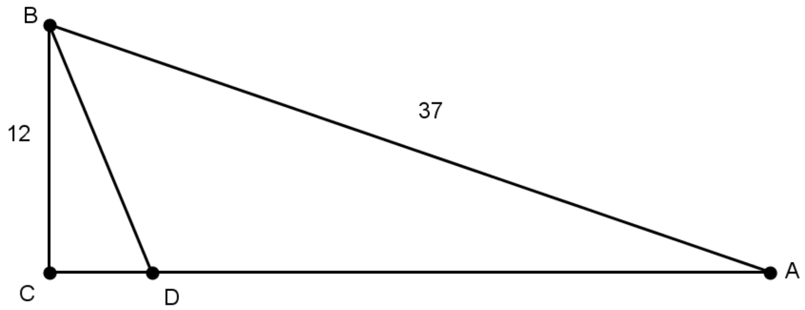
Rješenje te jednadžbe je $y = 14$. 1 BOD

Tada je $x = 22$. 1 BOD

………………………………………………………………...……… UKUPNO 6 BODOVA

5. Površina danog pravokutnika jednaka je umnošku duljina njegovih susjednih stranica odnosno
$P_1 = \sqrt{404} \cdot \sqrt{909} = \sqrt{4 \cdot 101} \cdot \sqrt{9 \cdot 101} = 2\sqrt{101} \cdot 3\sqrt{101} = 6 \cdot 101 = 606 \text{ cm}^2$. 1 BOD
Neka je duljina stranice kvadrata koji ima jednaku površinu kao dani pravokutnik jednaka a.
Tada je $a^2 = 606$ pa je $a = \sqrt{606}$ cm. 1 BOD
Duljina dijagonale tog kvadrata je $d = a\sqrt{2} = \sqrt{606} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{606 \cdot 2} = \sqrt{303 \cdot 2 \cdot 2} = 2\sqrt{303}$ cm.
1 BOD
Polumjer tom kvadratu opisane kružnice jednak je $r = \frac{d}{2} = \frac{2\sqrt{303}}{2} = \sqrt{303}$ cm. 1 BOD
Opseg te kružnice je $O = 2r\pi = 2\sqrt{303}\,\pi$ cm, 1 BOD
a površina $P_2 = r^2\pi = (\sqrt{303})^2\pi = 303\pi \text{ cm}^2$ 1 BOD
………………………………………………………………………………….……. UKUPNO 6 BODOVA

6.



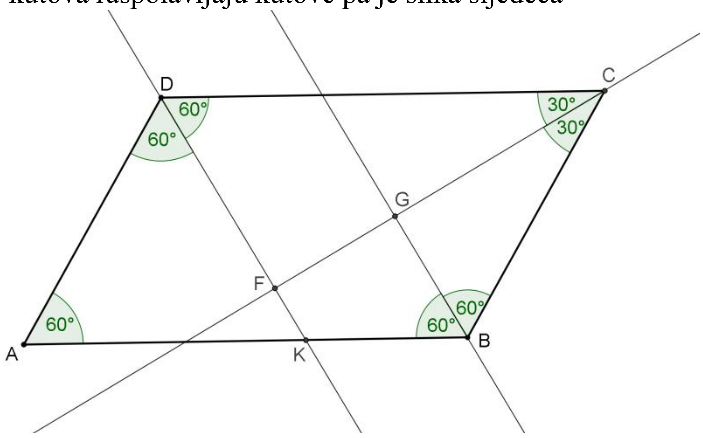
1 BOD
Primjenom Pitagorinog poučka na trokut ABC dobije se $|CA| = 35$ cm. 2 BODA
Ako duljinu dužine $\overline{CD}$ označimo s x, onda je duljina dužine $\overline{DA}$ $6x$, a cijele katete $\overline{CA}$ $7x$.
Tada je $|CD| = 5$ cm, a $|DA| = 30$ cm. 2 BODA

$P_{\Delta ABD} = \frac{|DA| \cdot |BC|}{2} = \frac{30 \cdot 12}{2} = 180 \text{ cm}^2$ 3 BODA

Primjenom Pitagorinog poučka na trokut BCD dobije se $|BD| = 13$ cm. 1 BOD
$O_{\Delta ABD} = |AB| + |BD| + |DA| = 37 + 13 + 30 = 80$ cm. 1 BOD
……………………………………………………………………...…………. UKUPNO 10 BODOVA

7. Kako je četverokut $ABCD$ paralelogram i $|\sphericalangle BAD| = 60°$, onda je $|\sphericalangle DCB| = 60°$, $|\sphericalangle CBA| = |\sphericalangle ADC| = 120°$.

Simetrale kutova raspolavljaju kutove pa je slika sljedeća



1 BOD

Dakle, $|\sphericalangle BGC| = 90°$ i $|\sphericalangle CFD| = 90°$ pa je $|\sphericalangle FGB| = 90°$ i $|\sphericalangle KFG| = 90°$ što znači da je četverokut $BGFK$ pravokutni trapez. 2 BODA

Trokut ΔBCG je polovica jednakostraničnog trokuta pa vrijedi

$|BG| = \dfrac{|BC|}{2} = 8$ dm i $|CG| = \dfrac{|BC|\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$ dm. 2 BODA

Trokut ΔCDF je polovica jednakostraničnog trokuta pa vrijedi

$|DF| = \dfrac{|DC|}{2} = 12$ dm i $|CF| = \dfrac{|DC|\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$ dm. 2 BODA

Budući da je $|\sphericalangle KAD| = |\sphericalangle ADK| = 60°$, onda je ΔAKD jednakostraničan pa je $|KD| = |AD| = 16$ dm. 1 BOD

Dalje je $|KF| = |KD| - |DF| = 4$ dm i $|FG| = |CF| - |CG| = 4\sqrt{3}$ dm. 1 BOD

Na kraju za površinu P pravokutnog trapeza $BGFK$ vrijedi

$P = \dfrac{|BG| + |KF|}{2} \cdot |FG| = 24\sqrt{3}$ dm^2. 1 BOD

.... UKUPNO 10 BODOVA